

Doe wat ertoe doet

Reken-wiskundeonderwijs in de praktijk

Nico Eigenhuis

De auteur is partner bij Animaz en mede-auteur van Rekenrijk 1 en 2

Nu door veel leerkrachten een hoge werkdruk wordt ervaren is het noodzakelijk om bij het aanpakken van het rekenonderwijs in een verbetertraject vooral geen maatregelen te treffen die de druk juist nog verder opvoeren. Het maken van voortoetsen, schaduwtoetsen, tempotoetsen, medio toetsen en zelfs methodetoetsen zijn vooral activiteiten die afleiden van waar het echt om gaat: goed rekenonderwijs. Leerkrachten met wie wij samenwerken aan een kwaliteitsverbetering vragen ons dan ook regelmatig: ‘...help mij asjeblieft de goede keuzes te maken, want ik weet soms niet meer waar het nu echt om gaat.’

Leerkrachten en rekencoördinatoren vinden het vaak erg prettig om zich juist te concentreren op de essenties van het vak. Wij doen dat bijvoorbeeld met behulp van de volgende vragen:

1. Ben ik voldoende bezig met de essenties (kerndoelen) van het rekenonderwijs?
2. Wat wil ik de kinderen leren? *Nadoen of nadenken?*
3. Bied ik de kinderen leerstof op de juiste handelingsniveaus?
4. Hoe lang blijf je hulpmateriaal inzetten, of: op welk moment ‘moeten’ kinderen het zonder model of materiaal doen?
5. Is mijn les betekenisvol voor de kinderen? Kan ik verantwoorden waarom deze les belangrijk is voor het leren van de kinderen?
6. Wat kan ik doen om het wiskundig denken en redeneren van de kinderen (verder) op gang te brengen?
7. Hoe hou ik het simpel? Rekenen is simpel, maar het moeilijkste wat er is, is simpel rekenen (vrij naar Johan Cruyff).

Hieronder zal ik op deze vragen ingaan en daarbij gebruik ik praktijkvoorbeelden die veel basisscholen zullen herkennen. Vervolgens kom ik tot ideeën en suggesties hoe te handelen.

De essenties van het rekenonderwijs

Overvolle methoden, lange lijsten met leerdoelen: leerkrachten zien soms door de bomen het bos niet meer. Het helpt dan om steeds de kerndoelen voor ogen te houden. Met name de inleiding op de kerndoelen² (zie het kader op deze pagina) biedt verrassende indicaties waar het vooral om zou moeten gaan:

...rekenen in betekenisvolle situaties...
Leren ‘wiskundetaal’ gebruiken...
Formele en informele notaties...
Samenhangend inzicht in getallen...
Belangrijke referentie-getallen...
Wiskundige vragen stellen en problemen formuleren en oplossen...
In wiskundetaal aan anderen uit te leggen...
Formuleren en noteren en het elkaar kritiseren ... als specifiek wiskundige werkwijze’.

Gelukkig is het werken met fundamentele - en streefdoelen over het algemeen voldoende opgenomen in de rekenmethoden. Vervolgens is het zaak om in die methoden vol met rekenopgaven de goede keuzes te maken. Op basis van de indicaties uit de (inleiding op de) kerndoelen kan voor het domein ‘getallen’ een eenvoudig overzicht van basale rekenvaardigheden worden gebruikt om in elk geval de basis voor elk kind goed op orde te hebben:

Groep 3

Getalbeelden tot 20 kennen, bijvoorbeeld met rekenrek kunnen uitleggen hoe de getallen tot 20 zijn opgebouwd.
Kunnen uitleggen hoe gerekend wordt (wiskundig redeneren).

Groep 4

Getalbeelden tot 20 herhalen. Start met (automatiseren) tafelinzicht. Ordening getallen tot 100 kennen met behulp van kralenketting en daarna de (lege/halflege) getallenlijn.
Kunnen uitleggen hoe gerekend wordt (wiskundig redeneren).

Groep 5

Automatiseren van tafels m.b.v. steunpunten.
Ordening getallen tot 1000 kennen met behulp van de (lege/halflege) getallenlijn.
Rijgen (als basisstrategie) en splitsen als dat handig is.
Kunnen uitleggen hoe gerekend wordt (wiskundig redeneren).

Groep 6

Onderhoud van het automatiseren van de tafels (indien nodig met gebruik van steunpunten)
Kolomsgewijs rekenen tot 100 en tot 1000.
Cijferend rekenen voor wie dat abstracte niveau geschikt is.
Hoofdrekenen en schattend rekenen
Kunnen uitleggen hoe gerekend wordt (wiskundig redeneren).

Groep 7 en 8

Kolomsgewijs rekenen. Mogelijk eindniveau voor enkele kinderen.
Cijferend rekenen, regelmatig ondersteund door elkaar uit te leggen hoe het algoritme werkt.
Inzichtelijk rekenen met eenvoudige breuken, procenten en kommagetallen
Hoofdrekenen en schattend rekenen
Kunnen uitleggen hoe gerekend wordt (wiskundig redeneren).

In ons werk maken we naast de hier afgebeelde tabel ook gebruik van dergelijke beknopte overzichten voor getalbegrip, tafeldidactiek, breuken-procenten-verhoudingen, meten en meetkunde.

Nadoen of nadenken?

Hoe relevant de vraag is of je je kinderen wilt leren nadoen of nadenken wordt geïllustreerd door het rekenwerk van Hakim.

In het werk van Hakim zien we hem worstelen met het nadoen van wat de juf hem heeft voorgedaan: vermenigvuldigen van teller en noemer met eenzelfde getal, maar helaas zonder inzicht. Zijn handelen is eerder mechanistisch dan inzichtelijk. Het aanleren van alleen trucjes bij het rekenen met breuken en verhoudingen is niet de gewenste aanpak. Kinderen leren na te doen wat de juf heeft voorgedaan, maar raken verward in een web van onberedeneerde trucs. Ook al probeert Hakim nog wanhopig om met een tekeningetje het probleem te bevatten.

Nadenken en redeneren brengen de kinderen dichter in de buurt van wat in de kerndoelen

wordt bedoeld. De toetsen van het CITO richten zich op het halen van de kerndoelen. Uit de opgave hieronder kan worden afgeleid wat we bij het reken-wiskundeonderwijs de kinderen zouden moeten leren: nadenken en redeneren. Een opgave uit de M8-toets van het CITO:

Boer Jacob heeft dit jaar 3000 kilogram kersen geoogst. Hij verkoopt de kersen in bakjes van $\frac{1}{4}$ kilogram.
Hoeveel van deze bakjes kan hij vullen?

_____ bakjes

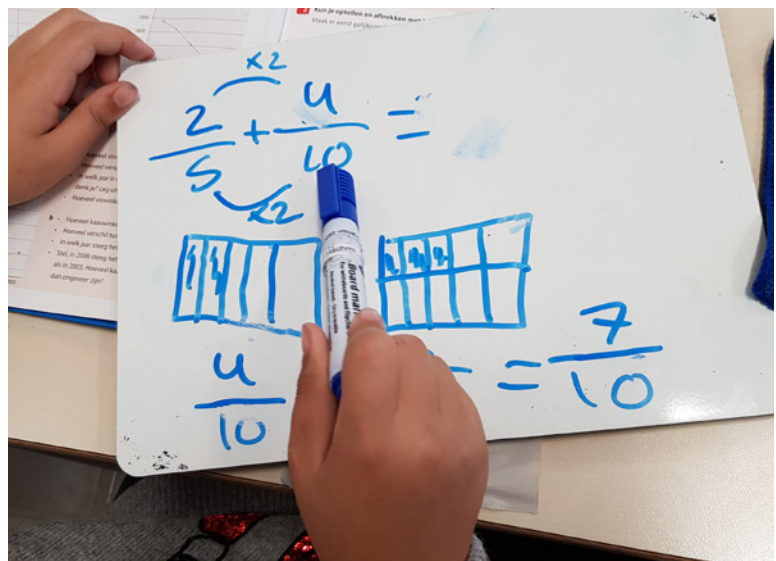
Regelmatig leg ik deze opgave voor aan een team van leerkrachten. Dan blijkt dat relatief veel leerkrachten ook geneigd zijn om snel een rekentruc te hanteren en rekenen $\frac{1}{4}$ van 3000 uit. En altijd blijkt dat inzichtelijk redeneren tot een heel ander antwoord leidt.

Een veelgehoord bezwaar is dat redeneren zo veel tijd kost en dat de methodes vol zitten met rekenwerk dat gedaan moet worden. Maar Hakim laat zien dat 'veel tijd steken in al dat rekenwerk' niet het wiskundig inzicht oplevert dat we zo graag willen zien bij de kinderen.

De juiste handelingsniveaus

Veel rekenwerk in het primair onderwijs wordt uitgevoerd op het abstracte handelingsniveau. Dat is het hoogste niveau van wiskundig handelen dus dit lijkt een gewenste situatie. Dit geldt alleen als het kind voldoende inzicht heeft verworven op het concrete en schematische niveau. Daarom is het zo belangrijk dat je je als leerkracht steeds afvraagt op welk van de drie niveaus je je les wilt geven en meer specifiek voor welke kinderen welk niveau het meest geschikt is. Inzicht in de handelingsniveaus biedt een mooi houvast bij het beoordelen van de geschiktheid van digitale programma's die

▼ Het werk van Hakim



	Onderbouw	Bovenbouw
Abstract niveau	Formele/abstracte notaties, zoals bijvoorbeeld: $3 + 4 =$ $4 + \dots = 6$ Op dit niveau liggen grotendeels de opgaven in digitale programma's op tablets.	Formele/abstracte notaties, zoals bijvoorbeeld: 3,2 miljoen, of 3 200 000 0,7 miljoen, of 700 000 850 000
Schematisch niveau	Wat je hebt ervaren en herkend kun je ook tekenen of schetsen in bijvoorbeeld een schema of op een getallenlijn	Op een getallenlijn Met een verhoudingstabel Met breukstukken
	Met behulp van afbeeldingen (bijvoorbeeld van het rekenrek) kunnen leerlingen herkennen wat ze eerder zelf ervaren hebben	Afbeeldingen en foto's
Concreet niveau	Concrete activiteiten: Bakjes in de zandtafel/watertafel Groeperen van grote/kleine of bruine/groene bladeren Groeperen met snoepjes/blokjes Een appel verdelen in 2, 4 of 8 delen Enz.	Concrete activiteiten: Pannenkoeken in gelijke stukken verdelen (breuken) Kubieke meters maken van kartonnen dozen (inhoudsmaten) Maar in de bovenbouw is het concrete niveau soms niet meer zinnig of mogelijk. Des te belangrijker is dat in onder en middenbouw

je gebruikt of wilt gaan gebruiken. Oefenprogramma's op tablets bieden vrijwel uitsluitend opgaven op abstract niveau. Twee voorbeelden van een overzicht van handelingsniveaus:

Hulpmateriaal of model

Een goed voorbeeld is het gebruik van de lege getallenlijn. Vanaf groep 4 leren de kinderen rijgen op een lege getallenlijn. Veel kinderen en sommige leerkrachten vinden dat een bewerkelijke manier. We zien echter dat het te vroeg loslaten van de lege getallenlijn als model leidt tot foutief splitsen, zeker bij zwakke rekenaars. De regel is dan ook: iedereen rekent op de lege getallenlijn totdat daar altijd de juiste meest verkorte manier gebruikt wordt en dit altijd leidt tot de juiste antwoorden. De leerkracht bepaalt wie geen lege getallenlijn meer hoeft te gebruiken.

Dit kan zeker duren tot ver in groep 5.

Betekenisvol onderwijs

In een gesprek met een leerkracht uit de bovenbouw ging het over het vermenigvuldigen van breuken. Bijvoorbeeld $\frac{1}{4} \times \frac{3}{12} = \dots$. Tellers en noemers vermenigvuldigen is een veel voorkomende werkwijze. Een nogal betekenisloze exercitie. Door tekenen en redeneren kan een kind een heel eind komen: $\frac{3}{12}$ deel van een taart



is precies $\frac{1}{4}$ deel van een taart. Als je daar weer $\frac{1}{4}$ deel van neemt heb je dus $\frac{1}{16}$. Dan moet het kind wel weten dat ' $\frac{1}{4} \times$ ' hetzelfde betekent als ' $\frac{1}{4}$ deel van' nemen.

Een veel gehoorde reactie van leerkrachten is: 'Ja, maar wat moet je nu als je $\frac{2}{5} \times \frac{3}{12}$ moet doen?' Dan is mijn wedervraag: 'In welke situatie zou je dat willen uitrekenen?'

De vraag naar de betekenisvolheid van een opdracht geeft je als leerkracht veel lucht en ruimte om te beslissen of je een opdracht wel of niet door de kinderen laat uitvoeren. Overigens kan zo'n ingewikkelde opgave voor kinderen die het hogere abstractieniveau aankunnen zeker een interessante uitdaging zijn.

Wiskundig redeneren

Er wordt veel druk uitgeoefend op leerkrachten, bijvoorbeeld doordat er vaak door het management (bestuur en schoolleiding) gevraagd wordt om toetsing en rapportages. Ook andere ontwikkelingen, zoals het digitaliseren van het rekenen, kunnen de werkdruk opvoeren (ondanks de tegenovergestelde beweringen van software-verkopers). Zo moeten er bij een veel gebruikt digitaal rekenprogramma voor de basisschool 584 rekendoelen worden doorlopen. Lineair en vaak voor elk kind in eigen tempo. Dat lijkt logisch en wordt nogal eens 'gepersonaliseerd leren' genoemd. 584 rekendoelen

afvinken blijkt echter stress-verhogend te werken en zelfs verwarring te zaaien. Bovendien biedt deze individuele en lineaire werkwijze weinig ruimte om ontspannen te werken aan de belangrijke kerndoelen:

- wiskundige vragen stellen en problemen formuleren en oplossen
- in wiskundetaal aan anderen uit te leggen
- formuleren en noteren en het elkaar kritisch leren bevragen

Ik noem dat hier kortweg 'Wiskundig redeneren'. Om aan die kerndoelen te werken is er ruimte nodig en moet er tijd genomen worden voor het werken in tweetallen, waarbij het wiskundig redeneren geleidelijk aan kan worden opgebouwd. Dat kan hele mooie wiskundige momenten opleveren. Kijk maar eens naar het rekenwerk van Quinn (groep 6):

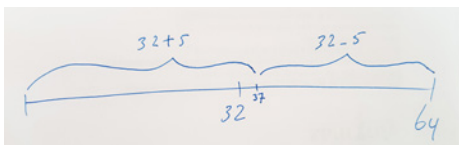
Quinn berekende deze opgave op een manier die de juf niet direct begreep en zij zette er dan ook maar een vraagteken bij.

Toen lieten we het Quinn (volgens de juf een matige rekenaar.....) uitleggen:

'... het halve boek is 32 pagina's en Hans heeft 5 pagina's méér gelezen: $32 + 5$.

Dus dan moet hij nu nog 5 pagina's minder dan de helft: $32 - 5$ '

We kwamen samen tot de volgende tekening:



De tijd nemen om kinderen in tweetallen elkaar te laten uitleggen hoe ze een opgave aanpakken en soms, zoals bij Quinn, samen met de leerkracht, biedt mooie kansen tot nadenken over de aanpak van een wiskundig probleem. In de klas van Quinn wordt sinds enige tijd het werken in tweetallen geoefend met behulp van het volgende stappenplannetje dat aan de muur hangt:

Samen rekenen

1. Maak de opgave zelf
2. Leg uit hoe je het gedaan hebt
3. Vertel waarom je het zo gedaan hebt.
4. Kun je het ook tekenen?

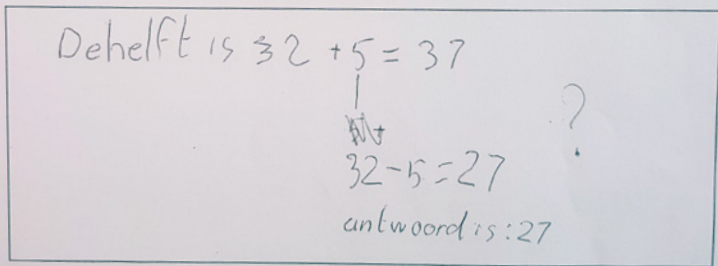
B. Dit boek heeft 64 bladzijden



Hans is op bladzijde 37

Hoeveel bladzijden moet Hans nog lezen?.....

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.



▲ Het werk van Quinn

Hoe houd ik het simpel?

Het rekenwerk van Hakim laat duidelijk zien hoe rekenen soms onnodig ingewikkeld wordt gemaakt door goedbedoelde uitleg van de leerkracht. Terwijl het rekenwerk van Quinn laat zien hoe kinderen op eigen kracht soms op wiskundig hoog niveau een eigen oplossing kunnen produceren.

Je kunt je werk als leerkracht dan ook simpel houden door je te concentreren op de essenties, kinderen ruimte te geven voor hun eigen, creatieve denken en te vertrouwen op de denkkraft van de kinderen.

Nog even onze aandachtspunten op een rijtje:

- Concentreer je op de essentie van het rekenonderwijs en neem daar de tijd voor
- Wil ik de kinderen leren nadoen of leren nadenken?
- Laat ik de kinderen werken op het juiste handelingsniveau?
- Welk materiaal is echt noodzakelijk om te werken aan de kerndoelen?
- Is mijn les betekenisvol?
- Laat ik de kinderen voldoende wiskundig redeneren?

En..... laat je vooral niet opjagen door allerlei uitgebreide overzichten van doelen en toetskaders, maar bouw aan en vertrouw op je eigen professionaliteit en de denkcapaciteit van vrijwel alle kinderen. Dan wordt rekenen leuk voor jezelf én voor je leerlingen en bovendien leidt dat tot betere leerresultaten, zo blijkt uit de praktijk.

Noten

- 1 Het kerndoelenboekje. [file:///C:/Users/Nico%20Eigenhuis/Downloads/kerndoelenboekje%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/Nico%20Eigenhuis/Downloads/kerndoelenboekje%20(2).pdf) pagina 37-39

Bronnen

- Paul Drijvers, lector didactiek van wiskunde en rekenen (Hogeschool Utrecht) en hoogleraar didactiek van de wiskunde (Universiteit Utrecht) <file:///C:/Users/Nico%20Eigenhuis/Downloads/HU-Openbare%20les%202018-Hoofd%20in%20de%20wolken-WEB.pdf>
- 'Cijfer het rekenen niet weg, Procedures zijn niets zonder inzicht' Adrie Trefers in *Volgens Bartjens, jaargang 39 #1*, 2019
- www.animaz.nl

